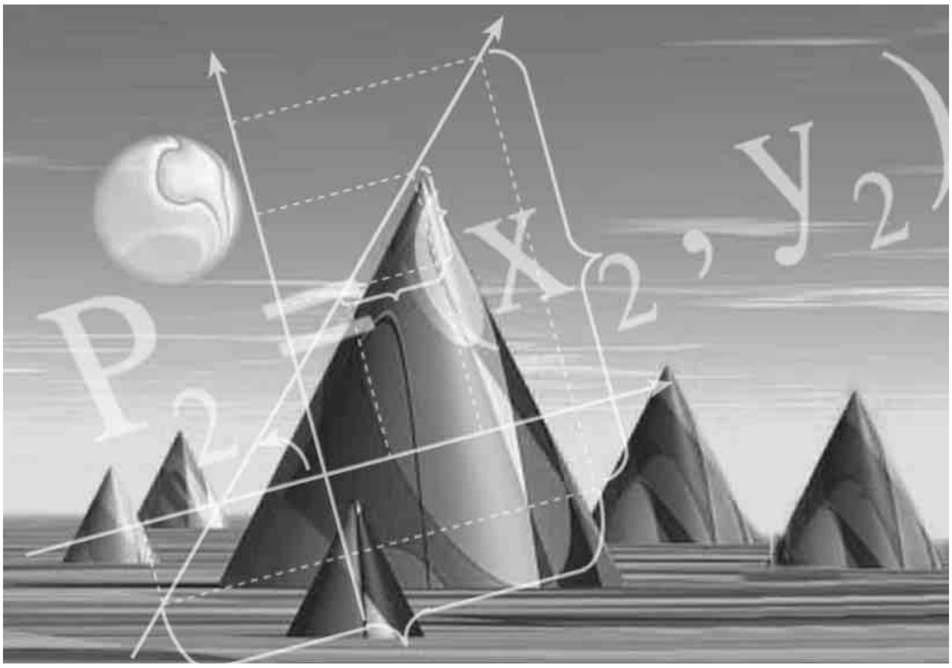
3

Koordinat Düzlemi Doğru ve Parabol Denklemleri



Amaçlar

Bu üniteyi çalıştıktan sonra;

- $\mathbb{R}^2$ *nin noktalarını düzleme yerleştirmeyi ve buna dayalı olarak x ve y ye bağlı bir denklemin (varsa) grafiğini çizmeyi öğrenecek,*
- *doğru ve parabol denklemlerini çıkarabilecek ve çizebilecek, doğruları karşılaştırabilecek,*
- *bazı iki değişkenli eşitsizliklerin çözüm kümesini bulabilecek, doğru ve parabollerle sınırlı düzlemsel bölgeleri eşitsizliklerle ifade edebileceksiniz.*

İçindekiler

DİKKAT

- ***Kümeler ve sayılar konusu tekrar edilmeli,***
- ***koordinat düzlemi ve bir denklemin grafiğinin ne anlama geldiği üzerinde düşünülmeli,***
- ***doğru ve parabol denklemleri ve grafik çizimleri öğrenilmelidir.***

Giriş

Bir üretim firması yeni bir elektrik süpürgesi üretmeyi düşünmektedir. Firmanın piyasa araştırma bölümü aşağıdaki fiyat-talep bilgilerine erişmiştir.

Fiyat (TL)	*Tahmini Talep (kişi)*
41 milyon	*8040*
66 milyon	*5040*
88 milyon	*2400*
108 milyon	*0*

Fiyat ile talep arasında bir doğrusal bağıntının olduğunu görünüz ve bu bağıntıyı bulunuz (bkz. 8. örnek).

Yukarıdaki soruda, görüldüğü gibi fiyat ile talep arasında bir ilişkilendirme kurulmuştur. Bu iki büyüklük arasındaki matematiksel ilişkiyi bulabilmek için düzlemin noktaları kullanılabilir.

Düzlemde bir noktanın yeri dik kesişen iki doğru yardımıyla verilebilir.

Bu ünitenin ilk iki kesiminde kartezyen çarpım ve koordinat düzlemini hatırlatacağız. Üçüncü kesimde genel grafik çizimleri üzerinde duracağız. Dördüncü kesimde doğru, parabol ve çemberin analitik olarak incelenmesine kısaca değineceğiz. Son kesimde de doğru ve parabol grafikleri kullanılarak oluşturulan iki değişkenli eşitsizlikler üzerinde durulacaktır.

KARTEZYEN ÇARPIM

$\mathbb{R}$ Gerçel sayılar kümesi olmak üzere

a) $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \}$
kümesine $\mathbb{R}$ nin kendisiyle **kartezyen çarpımı** veya **dik çarpımı** ya da kısaca **çarpımı** denir. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ genellikle $\mathbb{R}^2$ biçiminde yazılır. $\mathbb{R}^2$ kümesinin öğeleri (x, y) biçimindedir. Bunlara **sıralı ikiler** denir.

b) $\mathbb{R}^2$ 'nin herhangi bir alt kümesine $\mathbb{R}$ den, $\mathbb{R}$ ye bir bağıntı denir.

KOORDİNAT DÜZLEMİ

AMAÇ 1

$\mathbb{R}^2$ nin noktalarını düzleme yerleştirmeyi ve buna dayalı olarak x ve y ye bağlı bir denklemin (varsa) grafiğini çizmeyi öğreneceksiniz.

Bir doğru üzerindeki her noktaya bir gerçel sayı ve her gerçel sayıya da bu doğru üzerindeki bir nokta karşılık getirilerek, $\mathbb{R}$ gerçel sayılar kümesinin bir geometrik modeli oluşturulur.

Şimdi $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ için bir geometrik model kuralım. Bunun için adayımız **düzlem**dir. Düzlemin noktaları ile $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ nin elemanları olan sıralı ikililer bire bir eşlenirler. Bu gözlemimiz **cebirsel denklemlerin, geometrik eğriler olarak görünmesi ve geometrik eğrilerin, cebirsel denklemlerle verilmesini** sağlar.

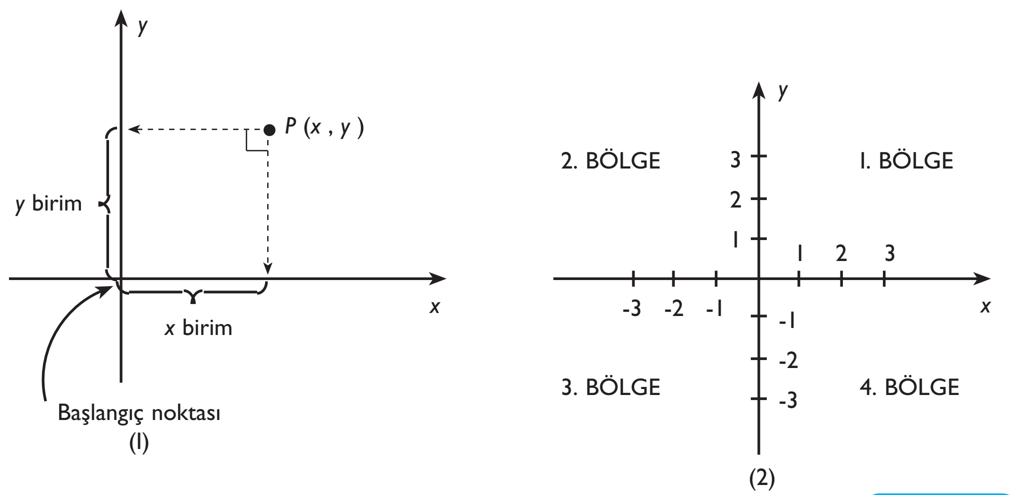
Önce düzleme dik koordinat sistemini yerleştirelim, sonra da $\mathbb{R}^2$ nin öğelerinin düzlemdeki noktalarla nasıl eşleneceğini açıklayalım.

Düzlemde dik olarak kesişen iki doğru alalım. Düzlemdeki bir noktanın yeri bu noktanın bu doğrulara dik uzaklıklarıyla belirlenir. İşaretleriyle birlikte bu uzaklıklar o noktanın **koordinatları** olarak adlandırılır.

Uzaklık ölçümüne yarayan bu doğrulara **koordinat eksenleri** veya kısaca **eksenler** denir. Bu doğruların kesişim noktasına **koordinat başlangıcı** veya kısaca **başlangıç noktası** denir.

Bu eksenler düzlemi, dörtlük diye adlandırılan 4 bölgeye ayırır. Bunlar saatin dönme yönüne zıt numaralandırılır.

Genel olarak bu eksenlerden yatay olanına **x - ekseni,** düşey olanına da **y - ekseni** denir. Ancak, amaca göre, bu eksenlere değişik isimler de verilebilir.

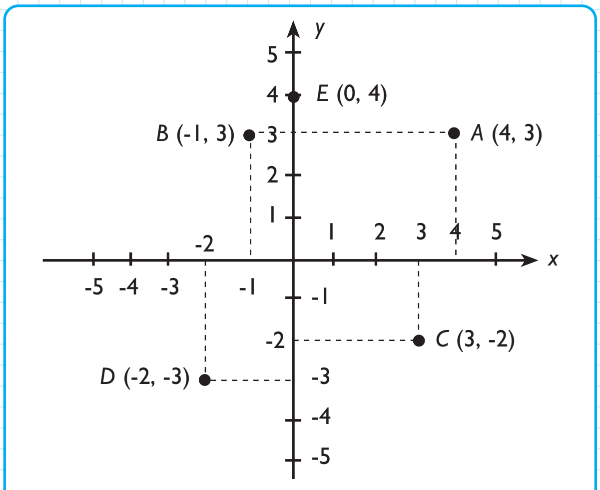


Şekil 3.1

ÖRNEK 1

A (4, 3), B (-1 , 3), C (3 , -2), D (-2 , -3) ve E (0, 4) noktalarını koordinat düzlemine yerleştiriniz.

ÇÖZÜM



Şekil 3.2

GRAFİKLER

Günlük hayatta, iki büyüklüğün birbirlerine nasıl bağlandığını grafikle göstermek yaygındır.

Gazete ve dergilerde, haftanın günlerine göre borsanın durumunu, yıllara göre işsizlik oranını veya kişi başına düşen milli geliri gösteren grafiklerle sık sık karşılaşırız.

Bu tür grafikler birbirine bağlı iki büyüklükten birinin diğerine göre değişiminin geometrik gösteriminden başka birşey değildir.

İki büyüklük arasındaki bağıntı genellikle bir denklemle verilir.

Örneğin, sıcaklık ölçümü birimleri olan Fahrenheit ile Santigrad arasındaki bağıntı

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \quad \text{veya} \quad C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

bağıntılarından biri ile verilebilir.

Bu kesimde $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye bir bağıntı veren bu tür denklemlerin grafiklerinin çizimi hakkındaki temel bilgileri vereceğiz.

İki değişkenli $x + 2y = 7$ denklemini gözönüne alalım. x yerine 1 yazılırsa

$$1 + 2y = 7, \quad 2y = 6, \quad y = 3$$

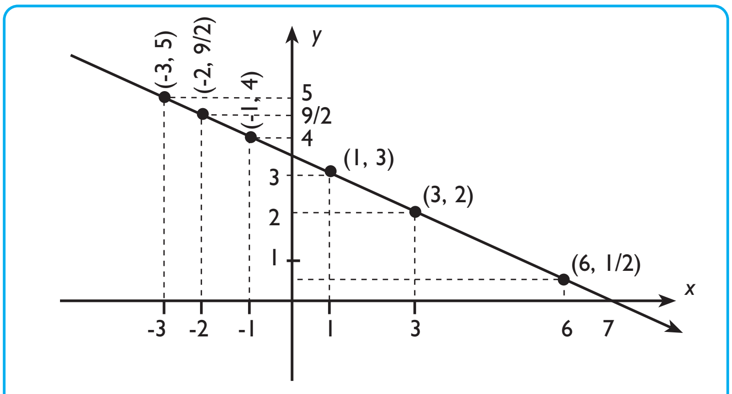
olur. $(x, y) = (1, 3)$ sıralı ikilisi bu denklemin bir çözümü olur. Benzer şekilde $(-3, 5)$, $(3, 2)$, $(0, 7/2)$, $(-2, 9/2)$, $(-1, 4)$, $(6, 1/2)$ ve $(7, 0)$ da aynı denklemin çözümü olan sıralı ikililerdir. Gerçekte, bu denklemin çözüm kümesi sonsuz sayıda ikililerden oluşur.

x ve y değişkenlerine bağlı bir denklem verilsin. xy- düzleminin, bu denklemin çözüm kümesinin elemanlarından oluşan alt kümesine verilen **denklemin grafiği** denir.

Bu tanıma göre yukarıda verilen

$x + 2y = 7$ denkleminin grafiği

yandaki şekil olur.



Şekil 3.3

Sonsuz sayıda çözüme sahip olan $x + 2y = 7$ denkleminin tüm çözümlerini bulmak imkansızdır. Aslında bu çözümlerin tamamını bulmak çoğu zaman gereksizdir. Bir denklemin grafiğini doğru bir şekilde çizebilmek, denklemin sağladığı birtakım özellikleri kontrol edip **yeterli sayıda nokta elde etmekle** mümkün olabilir.

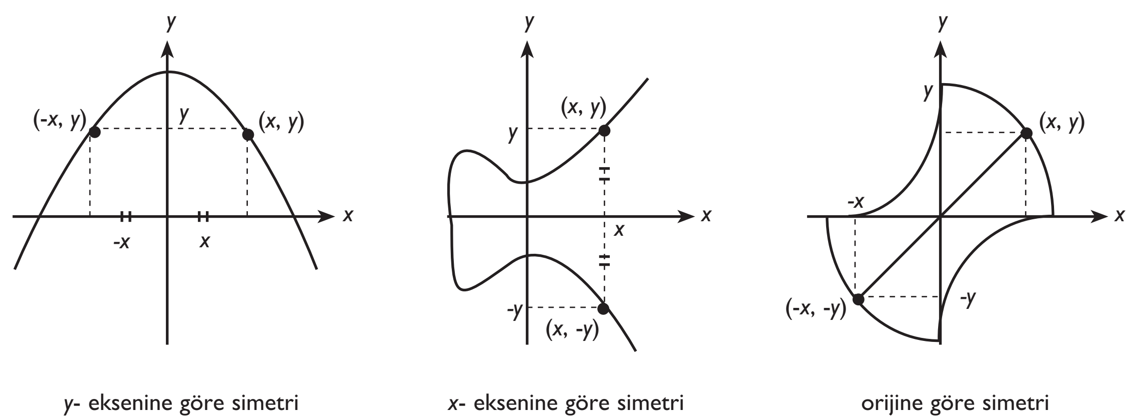
Grafik çizerken aşağıdakileri araştırmak yararlı olur.

1) **Grafiğin x ve y eksenlerini kestiği noktaların belirlenmesi:**

- Grafiğin x- eksenini kestiği noktayı bulmak için denklemde $y = 0$ yazılır.
- Grafiğin y- eksenini kestiği noktayı bulmak için denklemde $x = 0$ yazılır.

2) **Grafiğin simetrilerinin belirlenmesi:**

Düzlemdeki simetrilerin



Şekil 3.4

oldukları hatırlanırsa;

- Verilen denklemde x yerine $-x$ yazıldığında denklem değişmezse **grafik y- eksenine göre simetriktir.**
- Verilen denklemde y yerine $-y$ yazıldığında denklem değişmezse **grafik x- eksenine göre simetriktir.**
- Verilen denklemde x yerine $-x$, y yerine $-y$ yazıldığında denklem değişmezse **grafik orijine göre simetriktir.**

Grafik, hem x- eksenine, hem de y- eksenine göre simetrik ise orijine göre simetrik olur. Tersi doğru değildir.

ÖRNEK 2

$y = 2x + 1$ ***denkleminin grafiğini çiziniz.***

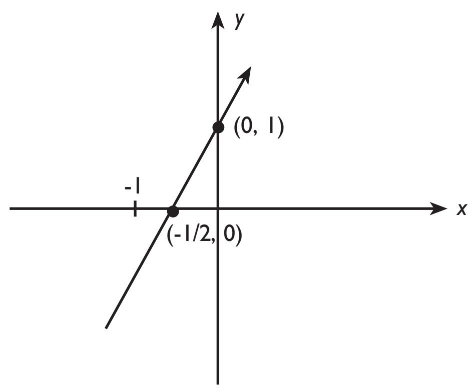
ÇÖZÜM

Bu denklemde x ve y nin derecesi 1 olduğundan böyle bir denklemin grafiğinin doğru olduğu bilinmektedir. Ayrıca iki noktadan bir doğru geçtiği de bilinmektedir. Böyle bir grafiği çizmek için sadece bu denklemi sağlayan iki nokta bulup bunlardan geçen doğrunun grafiğini çizmek yeterlidir. Bu noktalar grafiğin x- ve y- eksenlerini kestiği noktalar olarak seçilebilir.

$$x = 0 \quad \text{için} \quad y = 2\,.\,0 + 1 \;\Rightarrow\; (0,\,1)$$

$$y = 0 \quad \text{için} \quad 0 = 2x + 1 \;\Rightarrow\; x = -\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \left(\frac{-1}{2},\,0\right)$$

x	$y = 2x + 1$	(x, y)
0	1	(0,1)
-1/2	0	(-1/2, 0)



Şekil 3.5

ÖRNEK 3

$y = x^2 + 1$ ***denkleminin grafiğini çiziniz.***

ÇÖZÜM

y nin derecesi 1 ve x in derecesi 2 olduğundan grafik ileride ayrıntılı incelenecek olan bir paraboldür. Grafiğin (varsa) eksenleri kestiği noktaları bulalım.

$x = 0$ için $y = 0^2 + 1 = 1 \Rightarrow (0, 1)$

$y = 0$ için $0 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 \neq -1$

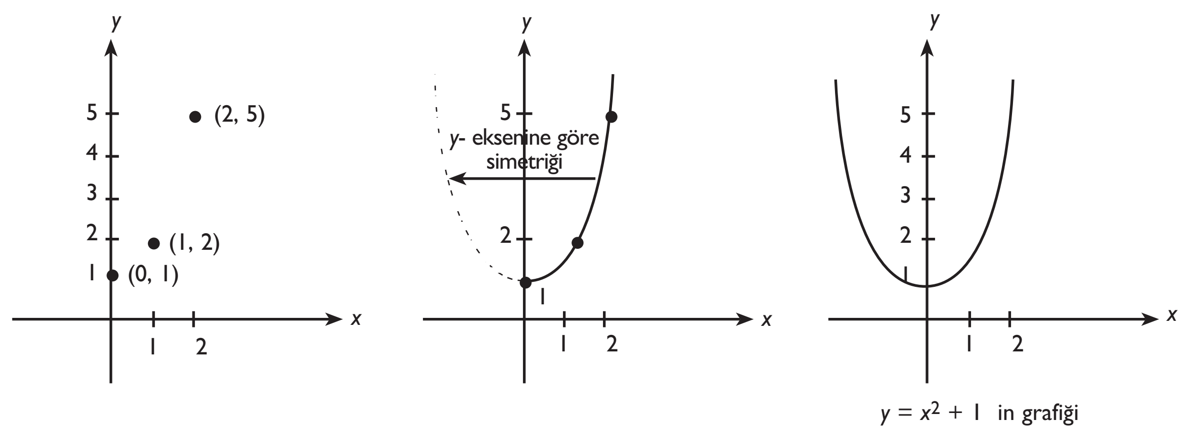
olduğundan grafik x- eksenini kesmez. x yerine $-x$ yazılırsa $y = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1$ olduğundan denklem değişmez. Grafik y- eksenine göre simetriktir. Grafiğin y- ekseninin sağındaki kısmını çizip y- eksenine göre simetriğini almak grafiğin tamamını verecektir.

Denklemi sağlayan yardımcı birkaç nokta daha bulalım.

$x = 1$ için $y = 1^2 + 1 = 2 \Rightarrow (1, 2)$

$x = 2$ için $y = 2^2 + 1 = 5 \Rightarrow (2, 5)$

x	$y = x^2 + 1$	(x, y)
0	1	(0 , 1)
1	2	(1 , 2)
2	5	(2 , 5)



Şekil 3.6

ÖRNEK 4 $x\,y = 1$ ***denkleminin grafiğini çiziniz.***

ÇÖZÜM

$x = 0 \;\Rightarrow 0\,.\,y \neq 1$

$y = 0 \;\Rightarrow x\,.\,0 \neq 1$

olduğundan grafik x ve y eksenlerini kesmez. x yerine $-x$ ve y yerine $-y$ yazılırsa $(-x)(-y) = x\,y = 1$ olur ki denklem değişmez.

O halde $x\,y = 1 \Rightarrow y = \dfrac{1}{x}$ in grafiği orijine ((0, 0) a) göre simetriktir.

Denklemi sağlayan yardımcı birkaç nokta bulalım.

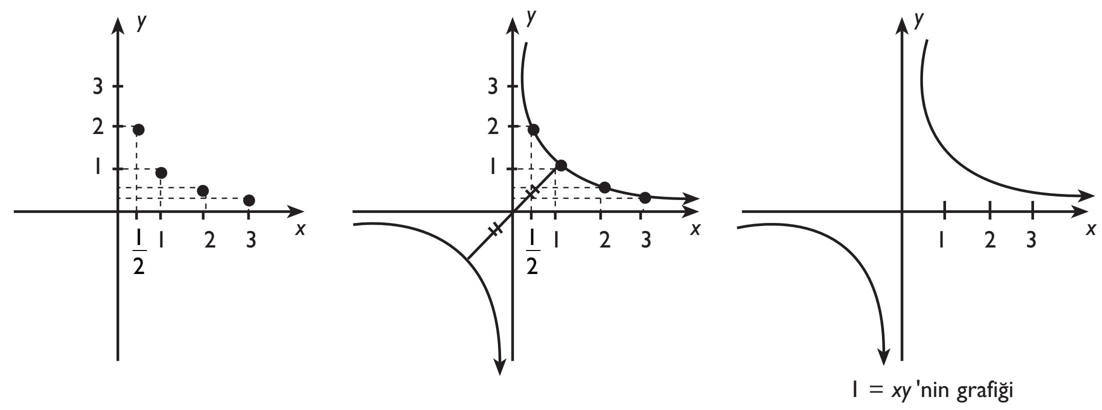
$x = 1$ için $y = \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{1} = 1 \Rightarrow (1, 1)$

$x = 2$ için $y = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \left(2, \dfrac{1}{2}\right)$

$x = 3$ için $y = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \left(3, \dfrac{1}{3}\right)$

$x = \dfrac{1}{2}$ için $y = 2 \Rightarrow \left(\dfrac{1}{2}, 2\right)$

x	$y = \dfrac{1}{x}$	(x, y)
1	1	(1 , 1)
2	$\dfrac{1}{2}$	$\left(2, \dfrac{1}{2}\right)$
3	$\dfrac{1}{3}$	$\left(3, \dfrac{1}{3}\right)$
$\dfrac{1}{2}$	2	$\left(\dfrac{1}{2}, 2\right)$



Şekil 3.7

SIRA SİZDE 1

1) Verilen noktaların verilen denklemlerin grafiği üzerinde olup olmadıklarını belirleyiniz.

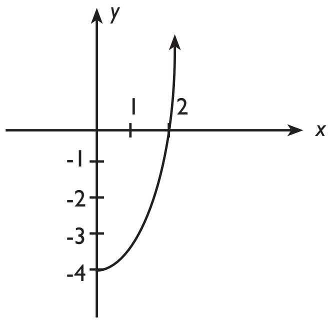
	Noktalar	Denklem
a)	A (3, 2) , B (8, 3)	$y = \sqrt{x+1}$
b)	A (0, 2) , B (1, 5)	$y = x^2 + 3x + 2$
c)	A (0, 0) , B (1, 5)	$y = \dfrac{x}{x^2+4}$

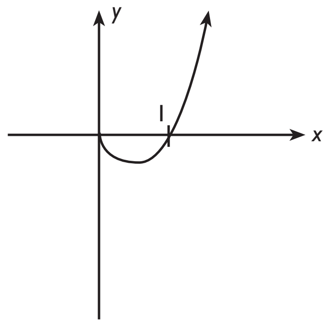
2) Verilen denklemlerin grafiklerinin, varsa koordinat eksenlerini kestiği noktaları belirleyiniz.

a) $y = 2x - 1$
b) $y = x^2 + x - 2$
c) $y = (x - 3)(x + 1)$
d) $x^2y - x^2 + 2y = 0$
e) $x = 4 - y^2$

3) Verilen simetrikliği kullanarak grafiği tamamlayınız.

a) $y = x^2 - 4$ (y- ekseni) **b)** $y = x^3 - x$ (orijin)

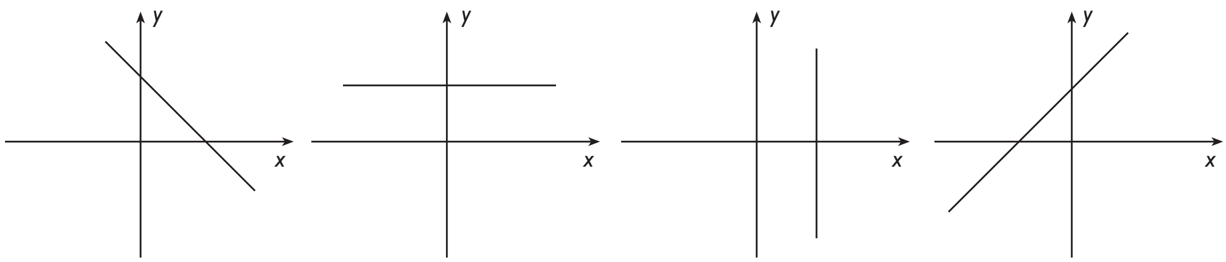




DOĞRU

Bu kesimde orta öğrenim yıllarında geometrik ve analitik olarak incelemiş olduğumuz doğru denklemlerini ve grafiklerini hatırlatacağız.

Geometrik olarak düzlemde düz bir çizgiye doğru denildiğini biliyoruz.



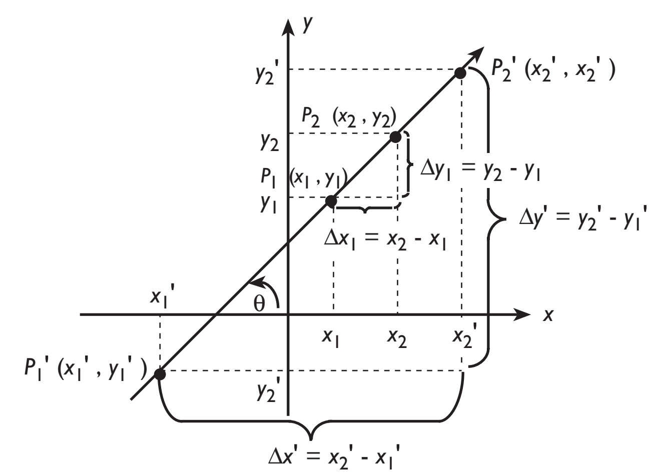
Şekil 3.8

Şimdi doğrunun analitik olarak elde edilişini hatırlatalım.

Doğrunun Eğimi

x - eksenini kesen bir doğrunun eğim açısı doğrunun x - eksenini kestiği nokta civarında saatin dönme yönünün ters yönünde ölçülen açıdır. x - eksenine paralel olan bir doğru için bu açı 0° dır.

Bir doğru üzerindeki herhangi iki noktanın ordinatları arasındaki farkın apsisleri arasındaki farka oranı sabittir. Bu sabit orana **doğrunun eğimi** denir ve ***m*** ile gösterilir.



Şekil 3.9

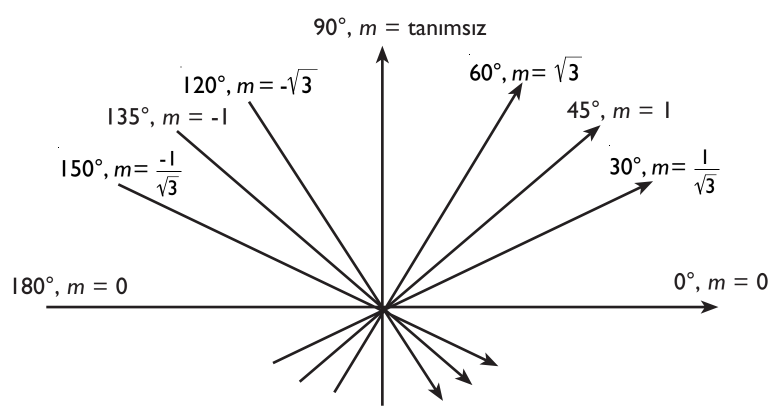
x - eksenine dik olan bir doğru için x - ekseni yönünde değişim söz konusu olmadığından $\Delta x = 0$ dır ve m tanımsızdır.

$$m = \frac{\text{Grafikteki yükselme}}{x\text{- ek. üzerindeki hareket}} = \frac{\text{düşey değişim}}{\text{yatay değişim}}$$

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{y_2' - y_1'}{x_2' - x_1'}$$

$$= \frac{\Delta y'}{\Delta x'} = \text{Tan } \theta$$

Bir doğrunun eğimi, doğrunun üzerindeki herhangi iki nokta ile belirlenir ve eğim nokta çiftlerinin seçiminden bağımsızdır.



Şekil 3.10

Doğru Denklemleri

Bir denklem, bir doğru üzerindeki tüm noktaları ve sadece bu noktaları sağlıyorsa, denkleme bu **doğrunun denklemi** denir.

Verilen bir doğrunun denklemini bulmak için üzerindeki iki noktanın koordinatlarını veya üzerindeki bir noktayı ve eğimini bilmemiz yeterlidir.

İki Noktası Bilinen Doğru Denklemi

Bir doğru üzerindeki iki nokta $P_1(x_1 , y_1)$, $P_2(x_2 , y_2)$ olsun. Doğru üzerinde hareket eden bir $P(x , y)$ noktası alalım. Bu doğrunun eğimi değişmeyeceğinden

$m_{\overline{PP_1}}$, $\overline{PP_1}$ doğru parçasının eğimini göstermek üzere

$m = m_{\overline{PP_1}} = m_{\overline{P_1P_2}}$ dir. Buradan

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Leftrightarrow \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

bulunur. Böylece P_1, P_2 noktalarından geçen doğru denklemi

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

olur.

- *Özel olarak bu noktalar doğrunun x- ve y- eksenlerini kestiği noktalar olarak alınırsa denklem*

$P_1(x_1 , y_1) = P_1(p , 0)$, $P_2(x_2 , y_2) = P_2(0 , q)$ ise

$$\frac{y - 0}{q - 0} = \frac{x - p}{0 - p} \Rightarrow \frac{y}{q} = -\frac{x}{p} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

bulunur. Burada

$$\frac{x}{\text{grafiğin } x\text{- eksenini kestiği noktanın } x \text{ koordinatı}} + \frac{y}{\text{grafiğin } y\text{- eksenini kestiği noktanın } y \text{ koordinatı}} = 1$$

olduğundan, $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ denklemine ***eksenlerden ayırdığı parçalara göre doğru denklemi*** *denir.*

Bir Noktası ve Eğimi Bilinen Doğru Denklemi

Bir doğru üzerindeki bir nokta $P_1(x_1 , y_1)$ ve eğimi m olsun. Doğru üzerinde hareketli bir $P(x , y)$ noktası alalım. Yine eğimi kullanacağız. $m_{\overline{P_1P}}$, $\overline{P_1P}$ parçasının eğimini göstermek üzere

$m = m_{\overline{P_1P}}$ dir. Böylece

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Leftrightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

olduğundan, bir noktası ve eğimi bilinen doğru denklemi

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

olur.

Eğimi ve bir noktası bilinen doğru denkleminde $P_1(x_1, y_1)$ noktası doğrunun y- eksenini kestiği nokta olarak alınırsa, yani $P_1(x_1, y_1) = P_1(0, b)$ alınırsa,

$$y - b = m(x - 0) \Rightarrow y = mx + b$$

bulunur. Burada m doğrunun eğimi ve b grafiğin y- eksenini kestiği nokta olduğundan bu denkleme doğrunun **eğim - kesim denklemi** denir.

Yukarıdaki dört durumda da denklem x ve y bilinmeyenlerine göre düzenlenirse

$$Ax + By + C = 0$$

biçiminde bir denklem elde edilir. Bu denkleme de doğrunun genel denklemi denir.

ÖRNEK 5

Verilenlere göre doğru denklemlerini belirleyiniz.

a) $P_1(-2, -1)$, $P_2(3, 4)$ **b)** $P_1(3, 0)$, $P_2(0, 5)$

c) $P_1(0, 0)$, $P_2(1, 3)$ **d)** $m = -1$, $P_1(3, 1)$

ÇÖZÜM

a) $\dfrac{y - (-1)}{4 - (-1)} = \dfrac{x - (-2)}{3 - (-2)} \Leftrightarrow \dfrac{y + 1}{5} = \dfrac{x + 2}{5}$

$\Leftrightarrow y + 1 = x + 2 \Leftrightarrow y = x + 1$ olur.

b) $P_1(3, 0)$, $P_2(0, 5)$ noktalarından birincisi x- ekseni, ikincisi y- ekseni üzerinde olduğundan grafiğin eksenleri kestiği noktalardır. Eksen parçalarına göre doğru denklemi kullanılırsa

$$\frac{x}{\text{grafiğin } x\text{- eksenini kestiği noktanın } x \text{ koordinatı}} + \frac{y}{\text{grafiğin } y\text{- eksenini kestiği noktanın } y \text{ koordinatı}} = 1,$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{5} = 1 - \frac{x}{3} \Leftrightarrow y = 5\left(1 - \frac{x}{3}\right) \quad \text{olur.}$$

c) $P_1(0, 0)$, $P_2(1, 3)$ noktalarından biri orijindir. $y = mx + b$ de bu noktalar yerine yazılırsa

$P_1(0, 0)$ $\quad 0 = m\ 0 + b \Rightarrow b = 0$

$P_2(1, 3)$ $\quad 3 = m(1) + 0 \Rightarrow m = 3$ bulunur.

Böylece

$$y = mx + b = 3x + 0 = 3x$$

$$y = 3x \quad \text{olur.}$$

d) $m = -1,\ P_1\ (3,\ 1)$

$$y - y_1 = m\,(x - x_1) \Leftrightarrow y - 1 = (-1)\,(x - 3)$$

$$\Leftrightarrow y = -x + 4 \quad \text{olur.}$$

ÖRNEK 6

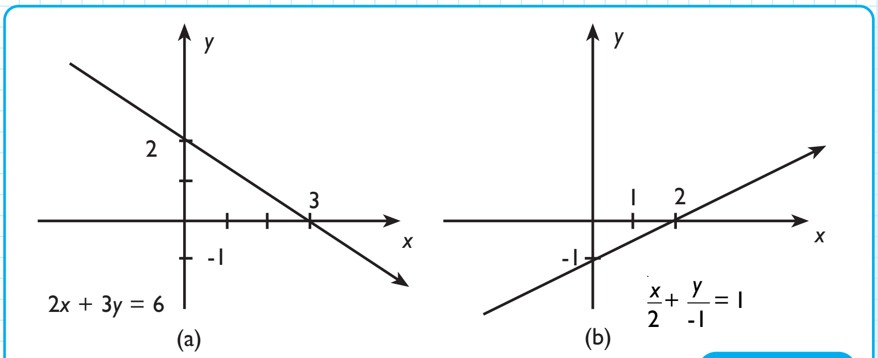
Verilen doğruların grafiklerini çiziniz.

a) $2x + 3y = 6$ **b)** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} = 1$

c) $y = -3$ **d)** $x = 2$

ÇÖZÜM

a) Grafiğin y- eksenini kestiği noktayı bulmak için $x = 0$ yazılır. $2.0 + 3.y = 6 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (0,\ 2)$ bulunur. Benzer şekilde grafiğin x- eksenini kestiği noktayı bulmak için ise $y = 0$ yazılır ve $2.x + 3.0 = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow (3,\ 0)$ bulunur. $(0,\ 2)$ ve $(3,\ 0)$ noktalarını birleştiren doğru parçasını içine alan doğru istenen doğrudur (Şekil 3.11 (b)).



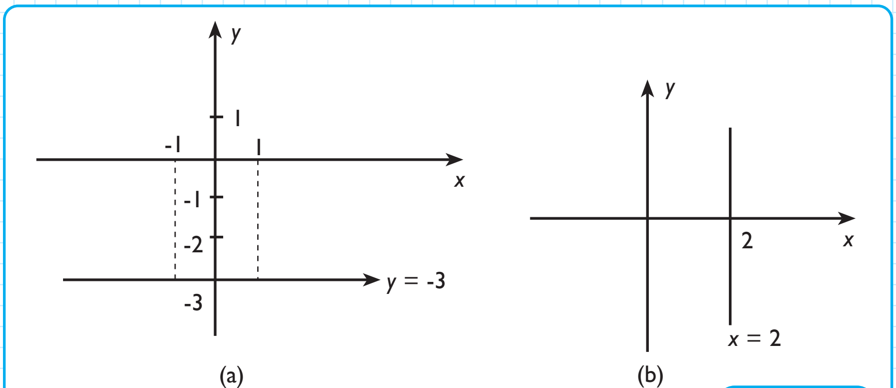
Şekil 3.11

b) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-1} = 1$ de grafiğin x ve y- eksenlerini kestiği noktalar hazır bir biçimde verilmiştir (Şekil 3.11 (b)). Bunlar sırasıyla 2 ve -1 dir. Gerçekten

$$y = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{0}{-1} = 1 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2,\ 0)$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{0}{2} + \frac{y}{-1} = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (0,\ -1) \quad \text{olur.}$$

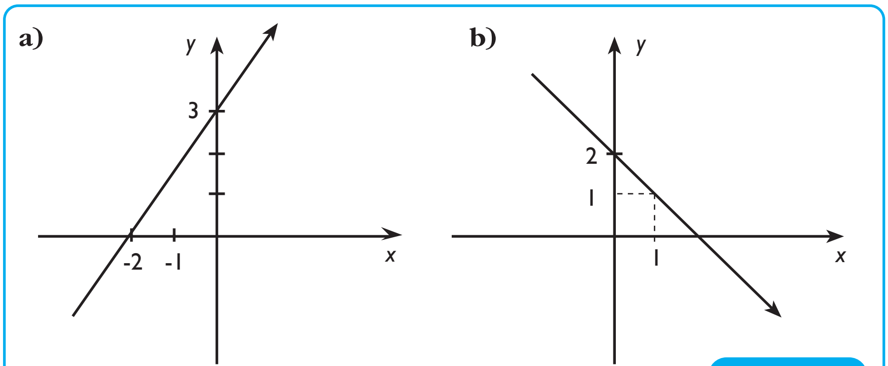
c) $y = -3$ denkleminde x değişkeni olmadığından x serbestçe değişiyor demektir, yani $(x,\ -3)$ tipindeki tüm noktalar bu doğru üzerindedir. Özel olarak $(-1,\ -3)$ ve $(1,\ -3)$ noktaları da bu doğru üzerindedir. Bu noktaları birleştiren doğru parçasını üzerinde bulunduran doğru istenen doğrudur. Ya da kısaca bu doğrunun eğimi sıfırdır. Dolayısıyla x- eksenine paraleldir. y- ekseni üzerinde -3 noktasından geçen x eksenine paralel doğru istenen doğru olur (Şekil 3.12 (a)).



Şekil 3.12

d) Aynı düşünceyle $x = 2$ doğrusunun grafiği yukarıdaki gibidir (Şekil 3.12 (b)).

ÖRNEK 7 ***Grafikleri verilen doğruların denklemlerini bulunuz.***



Şekil 3.13

ÇÖZÜM

Verilen doğruların denklemleri birkaç yolla bulunabilir. Aşağıda en kolay yolla bu denklemlerin elde edilişleri verilecektir.

a) Grafik x eksenini $(p, 0) = (-2, 0)$ ve y- eksenini $(0, q) = (0, 3)$ noktasında kestiğinden

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1 \Rightarrow \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$\Rightarrow 2y - 3x - 6 = 0 \quad \text{olur.}$$

b) Grafik y- eksenini $(0, n) = (0, 2)$ noktasında kestiğinden, eğim-kesim denklemi kullanılırsa

$y = mx + n = mx + 2$ olur. Grafik üzerindeki diğer nokta kullanılırsa

$1 = m\,1 + 2 \Rightarrow m = -1$ bulunur. Böylece denklem

$y = mx + n = -x + 2$ olur.

ÖRNEK 8

Bir üretim firması yeni bir elektrikli süpürge üretmeyi düşünmektedir. Firmanın piyasa araştırma bölümü aşağıdaki fiyat-talep bilgilerini elde etmiştir.

Fiyat (milyon TL)	Tahmini Talep (kişi)
41	8 040
66	5 040
88	2 400
108	0

Fiyat ile talep arasında doğrusal bir bağıntı olduğunu görünüz ve (108, 0) için bağıntıyı kurunuz.

ÇÖZÜM

$m = \dfrac{0 - 2400}{108 - 88} = \dfrac{2400 - 5040}{88 - 66} = \dfrac{5040 - 8040}{66 - 41} = -120$ olduğundan q_d = Talep,

F = Fiyat denilirse, $m = \dfrac{q_d - 0}{F - 108}$ formülünden

$$q_d - 0 = -120\,(F - 108)$$
$$= -120\,F + 12\,960 \quad \text{veya} \quad q_d = 12\,960 - 120\,F \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 9

Ayakkabı üreten bir firmanın günlük sabit giderleri 165 000 000 TL. dir. Günlük 100 adet ayakkabı için 2 365 000 000 TL. harcama yapılmaktadır. Firmanın üretimi ile maliyeti arasında doğrusal bir bağıntının var olduğunu kabul edelim. Bu bağıntıyı bulunuz.

ÇÖZÜM

C = Maliyet , x = Üretim ise istenen bağıntı

$(x_1, C_1) = (0, 165\,000\,000)$ ve $(x_2, C_2) = (100, 2\,365\,000\,000)$

noktalarını birleştiren doğrunun denklemi olacaktır. İki noktadan geçen doğru denkleminin

$$\frac{C - C_1}{C_2 - C_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

olduğu hatırlanırsa

$$\frac{C - 165\,000\,000}{2\,365\,000\,000 - 165\,000\,000} = \frac{x - 0}{100 - 0}$$

olur. Buradan maliyet

$$C = 22\,000\,000\,x + 165\,000\,000$$

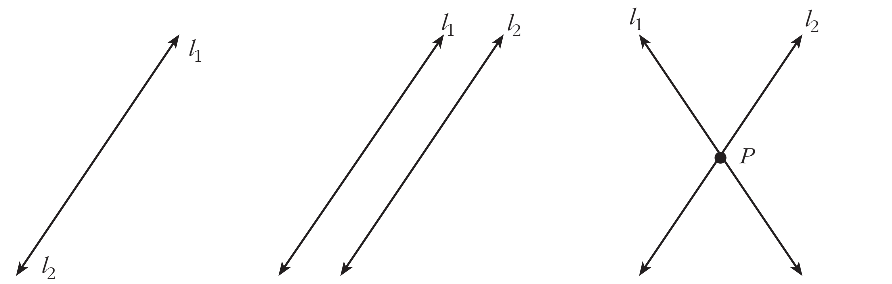
olarak elde edilir.

İki Doğrunun Birbirlerine Göre Durumları

Verilmiş iki doğru için üç durum söz konusudur. Bu doğrular ya **çakışıktır** ya **paraleldir** ya da **kesişirler.** Şimdi bu durumların hangi şartlarda gerçekleştiğini görelim.

A) Doğrular

$$\left.\begin{aligned} l_1 &: y_1 = m_1 x + b_1 \\ l_2 &: y_2 = m_2 x + b_2 \end{aligned}\right\} \text{ denklemleriyle verilsin.}$$



çakışık doğrular: $l_1 = l_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ ve $b_1 = b_2$

paralel doğrular: $l_1 \,//\, l_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ ve $b_1 \neq b_2$

kesişen doğrular: $l_1 \cap l_2 = \{P\} \neq \phi \Leftrightarrow m_1 = m_2$

Şekil 3.14

B) Doğrular

$$\left.\begin{aligned} l_1 &: A_1 x + B_1 y + C_1 = 0 \\ l_2 &: A_2 x + B_2 y + C_2 = 0 \end{aligned}\right\} \text{ denklemleriyle verilsin.}$$

$$l_1 = l_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$l_1 \,//\, l_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \quad \text{ve}$$

$$l_1 \cap l_2 = \{P\} \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \quad \text{olur.}$$

Kesişen doğruların kesim noktalarını bulmak için birkaç yol vardır. Burada bunların iki tanesini örnek içinde açıklayalım.

ÖRNEK 10 ***Verilen doğru çiftlerinin birbirlerine göre durumlarını inceleyiniz. Kesişme durumuna uyanların kesim noktasını bulunuz.***

a) $\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ -6x - 10y = -2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x - 3y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$

ÇÖZÜM

a) $\frac{3}{-6} = \frac{5}{-10} = \frac{-1}{2}$ olduğundan bu iki doğru çakışıktır.

b) $\frac{1}{3} = \frac{-1}{-3} \neq \frac{-3}{-1}$ olduğundan verilen iki doğru paraleldir.

(Çizerek görünüz).

c) $\frac{1}{1} \neq \frac{3}{-1}$ olduğundan doğrular keşişir. Kesim noktalarını **yok etme metodu** adı verilen metodla bulalım.

İkinci denklemin her iki yanını 3 ile çarpıp 1. denkleme eklersek

$$\begin{array}{rrl} & x + 3y &= 12 \\ 3\,/ & x - y &= 4 \\ \hline & x + 3y &= 12 \\ & 3x - 3y &= 12 \\ \hline & 4x &= 24 \end{array}$$

$$x = \frac{24}{4} = 6 \quad \Rightarrow \quad x = 6 \quad \text{bulunur.}$$

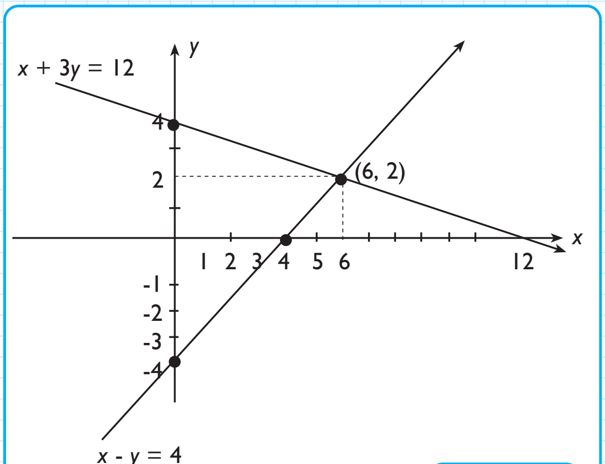
Bulunan $x = 6$ değerini ikinci denklemde (veya birinci denklemde) x gördüğümüz yere yazarsak

$x - y = 6 - y = 4 \Rightarrow$
$y = 6 - 4 = 2$

bulunur. Böylece kesim noktası

$(x, y) = (6, 2)$

olur.



Şekil 3.15

SIRA SİZDE 2

1) Verilen nokta çiftlerinden geçen doğruların eğimlerini ve denklemlerini bulunuz.

a) $A\ (0, 0)$; $B\ (3, -2)$ **b)** $A\ (-1, 3)$; $B\ (4, 0)$

c) $A\ (3, 0)$; $B\ (-1, -1)$ **d)** $A\ (3, 5)$; $B\ (-1, 3)$

2) x- eksenini 5, y- eksenini 3 noktasında kesen doğrunun denklemini bulunuz.

3) Verilen doğruların eğimlerini bulunuz.

a) $2x + y - 3 = 0$ **b)** $3x - 2y + 1 = 0$ **c)** $y = 3$

4) Verilen doğru çiftlerinin çakışık, paralel veya kesişen olup olmadıklarını araştırınız. Varsa kesişim noktalarını bulunuz.

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 3y = 3 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2y = x + 2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3y = x - 2 \\ 3x + y = -1 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 5 \end{cases}$

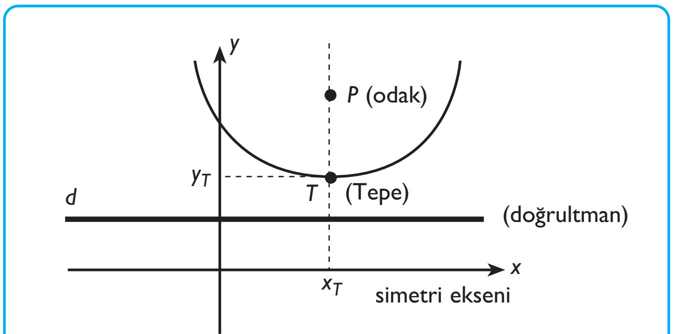
5) $y = 3x - 1$ doğrusuna paralel olan ve $A\ (2, 3)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

PARABOL

Burada sadece simetri ekseni x- eksenine paralel veya y- eksenine paralel olan parabolleri inceleyeceğiz.

Geometrik olarak, düzlemde verilen bir noktaya ve verilen bir doğruya eşit uzaklıktaki noktaların kümesine parabol denir. Bu noktaya parabolün odağı, doğruya da parabolün doğrultmanı adı verilir.

Eğer parabolün doğrultmanı y- eksenine dik ve odağı doğrultmanın üst bölgesinde seçilirse şekildeki parabol elde edilir.



Şekil 3.16

Parabolün grafiği, odağından geçen ve doğrultmanına dik olan bir doğruya göre simetriktir. Bu doğruya simetri ekseni ve parabolü kestiği noktaya da tepe noktası denir.

$$Ax^2 + Bx + C + Dy = 0$$

denklemi $A \neq 0 \neq C$ olduğunda simetri ekseni y- eksenine paralel olan bir parabolün genel denklemidir. Buradan y çekilirse

$$y = -\frac{A}{D}x^2 - \frac{B}{D}x - \frac{C}{D}$$

bulunur. $a = -\frac{A}{D}$, $b = -\frac{B}{D}$ ve $c = -\frac{C}{D}$ denirse

$y = ax^2 + bx + c$

denklemi bulunur. Benzer şekilde $Ay^2 + By + C + Dx = 0$ denklemi simetri ekseni x- eksenine paralel olan bir parabol gösterir. Bu denklemden x çekilirse

$x = ay^2 + by + c$

bulunur.

$y = ax^2 + bx + c$ Parabolünün Grafiği

Bu tür bir denklem $a > 0$ ise kolları yukarı açılan, $a < 0$ ise kolları aşağı açılan bir parabol verir. Grafiği kolayca çizebilmek için aşağıdaki yol izlenir.

İlk olarak; parabolün tepe noktasının koordinatları bulunur.

$y = ax^2 + bx + c$ de ilk iki terim a parantezine alınıp **parantez içindeki** ***x*** **in kat sayısının yarısının karesi** bir eklenir bir çıkarılırsa eşitlik

$$y = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right] + c$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}\right] + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$= a(x - x_T)^2 + y_T$$

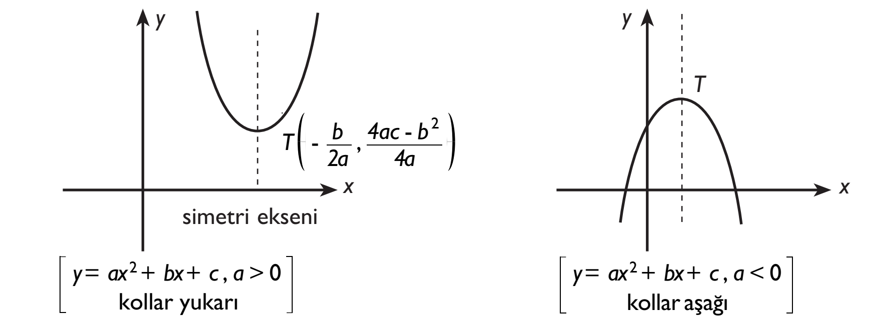
biçimine dönüşür. Burada $x_T = -\frac{b}{2a}$ parabolün tepe noktasının x koordinatı ve $y_T = \frac{4ac - b^2}{4a}$ ise parabolün tepe noktasının y koordinatı olur.

Tepe noktası: $T(x_T, y_T) = T\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ olur.

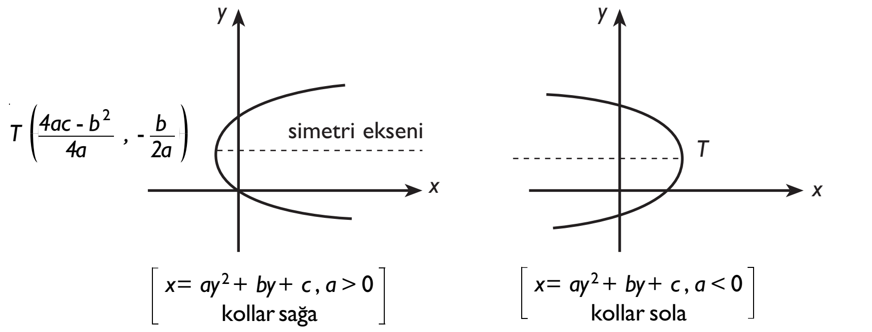
İkinci olarak; parabol üzerinde tepe noktasının iki yanında en az iki nokta belirlenir. Özel olarak bu iki nokta parabolün x- eksenini kestiği noktalar olarak seçilebilir.

Son olarak; $a > 0$ ise parabolün kollarının yukarı doğru, $a < 0$ ise parabolün kollarının aşağı doğru açıldığı gözönüne alarak çizim gerçekleştirilir.

- $y = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası şu şekilde de bulunabilir.
  Önce; $x_T = -\frac{b}{2a}$ bulunur.
  Sonra; x_T, $y = ax^2 + bx + c$ de x yerine yazılarak y_T elde edilir.
  ve $T(x_T, y_T)$ tepe noktası bulunmuş olur.
- Tepe noktası , $a > 0$ ise grafiğin en alt (minimum), $a < 0$ ise grafiğin en üst (maksimum) noktası olur.
  Benzer inceleme $x = ay^2 + by + c$ parabolü için de yapılabilir.
  Grafikler izleyen sayfada özetlenmiştir.



Şekil 3.17a



Şekil 3.17b

ÖRNEK 11

a) $y = 4x^2 - 4x + 2$ **b)** $y = 1 - \frac{x^2}{4}$

parabollerinin grafiklerini çiziniz.

ÇÖZÜM

a) $y = 4x^2 - 4x + 2$ parabolünün tepe noktasının koordinatlarını belirlemek için eşitliğin sağ yanını kareye tamamlayalım.

$$y = 4\left(x^2 - x\right) + 2 = 4\left[x^2 - x + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2\right] + 2$$

$$= 4\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right] + 2 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$$

olur. $y = (x - x_T)^2 + y_T$'den

$T\,(x_T, y_T) = T\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ elde edilir.

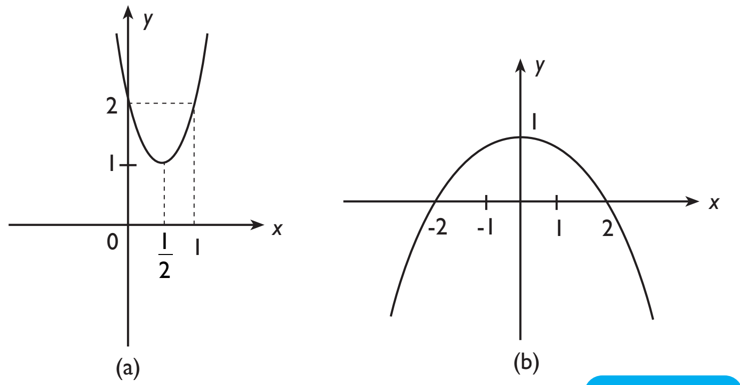
$x = 0$ için $y = 4 \,.\, 0^2 - 4 \,.\, 0 + 2 = 2$

$x = 1$ için $y = 4 \,.\, 1^2 - 4 \,.\, 1 + 2 = 2$

olduğundan parabol üzerindeki (0, 2) ve (1, 2) noktaları bulunur.

x	$y = 4x^2 - 4x + 2$	(x, y)
$\frac{1}{2}$	1	$\left(\frac{1}{2}, 1\right)$
0	2	$(0, 2)$
1	2	$(1, 2)$

$a = 4 > 0$ olduğundan parabolün kolları yukarı doğrudur. Grafik aşağıdaki gibidir. (Şekil 3.18 (a))



Şekil 3.18

b) $y = 1 - \frac{x^2}{4}$, $x_T = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2\left(-\frac{1}{4}\right)} = 0$

$y_T = 1 - \frac{0^2}{4} = 1$

$\Rightarrow T(0, 1)$ olur.

$y = 0$ için $1 - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ dir.

$a = -\frac{1}{4} < 0$ olduğundan kollar aşağı doğrudur. (Şekil 3.18 (b))

ÖRNEK 12

a) $x = -4\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + 1$ **b)** $x = (y + 2)^2 - 4$

parabollerini çiziniz.

ÇÖZÜM

a) $x = -4\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + 1 = a(y - y_T)^2 + x_T$ ve $a = -4 < 0$ olduğundan kollar sola doğru açılır.

$T(x_T, y_T) = T\left(1, \frac{3}{2}\right)$ dir. Parabolün y- eksenini kestiği noktayı bulalım.

$x = 0$ için $-4\left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + 1 = 0 \Rightarrow 4\left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = 1$

$$\Rightarrow \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{\left(y-\frac{3}{2}\right)^2} = \left|y-\frac{3}{2}\right|\right)$$

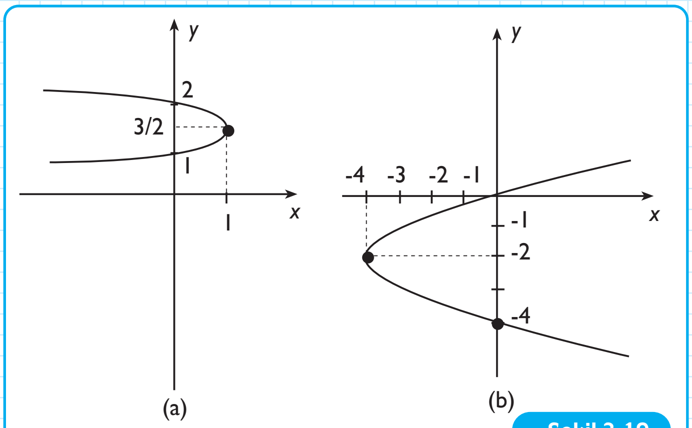
$$\Rightarrow \left|y-\frac{3}{2}\right| = \pm\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y_1 = 2 \quad , \quad y_2 = 1$$

bulunur. Böylece

$x = -4\left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + 1$	y	(x, y)
0	1	(0 , 1)
0	2	(0 , 2)
1	3/2	(1 , 3/2)

olur. Grafik yandaki gibidir (Şekil 3.19 (a)).



Şekil 3.19

b) $x = (y + 2)^2 - 4 = a\,(y - y_T)^2 + x_T$, $a = 1 > 0$ olduğundan kollar sağa doğru açılır ve $T(-4, -2)$ dir. Parabolün y- eksenini kestiği noktaları bulalım.

$x = 0$ için $(y+2)^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y+2)^2 = 4$

$$\Rightarrow |y+2| = 2 \left(\sqrt{(y+2)^2} = |y+2|\right)$$

$$\Rightarrow y + 2 = \pm 2$$

$$\Rightarrow y_1 = 0 \quad , \quad y_2 = -4$$

$x = (y+2)^2 - 4$	y	(x, y)
-4	-2	(-4 , -2)
0	0	(0 , 0)
0	-4	(0 , -4)

olur. Grafiği yukarıdaki gibidir (Şekil 3.19 (b)).

SIRA SİZDE 3

1) Denklemleri verilen parabolleri çiziniz.

a) $y = 2x^2 - 5x$ **b)** $y = -3x^2 + 2x$

c) $y = 3 - 5x^2$ **d)** $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$

e) $y = -\frac{7}{9}(x+3)^2$ **f)** $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$

g) $y = x^2 - x - 6$ **h)** $y = -\frac{5}{3}x^2 - \frac{20}{3}x - 5$

2) Verilen parabollerin minimum noktalarını bulunuz.

a) $y = 3(x-1)^2 + 3$ **b)** $y = x^2 - 4x - 5$

c) $y = 3x^2 - 4x + 1$ **d)** $y = 2x^2 + x + 1$

3) Verilen parabollerin maksimum noktalarını bulunuz.

a) $y = -2x^2 + x$ **b)** $y = 1 - 3x^2$

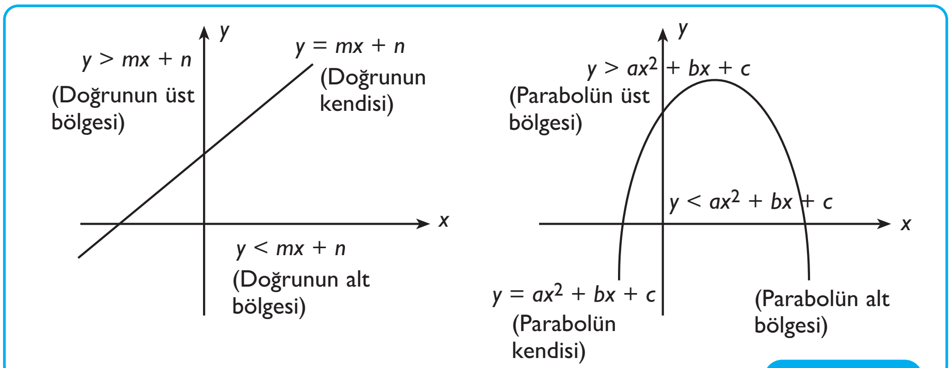
BİRİNCİ VE İKİNCİ DERECEDEN İKİ BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

Bu kısımda,

$$y > mx + n \ (y \geq mx + n); \qquad y < mx + n \ (y \leq mx + n),$$
$$y > ax^2 + bx + c \ (x > ay^2 + by + c); \ y < ax^2 + bx + c \ (x < ay^2 + by + c)$$

biçimindeki (diğer bir deyişle doğru ya da parabol denklemleriyle oluşturulan) eşitsizliklerin çözümü olan (x, y) ikililerinin oluşturdukları kümenin nasıl belirlendiğini inceleyeceğiz.

Verilen bir doğru (ya da parabol) düzlemi üç bölgeye ayırır ve düzlemdeki bir (x, y) noktası bu bölgelerden sadece biri içindedir.



Şekil 3.20

Bu, verilen bir (x, y) için

$$y > mx + n \quad , \quad y = mx + n \quad , \quad y < mx + n \ \ldots (*)$$
$$(y > ax^2 + bx + c \quad , \quad y = ax^2 + bx + c \quad , \quad y < ax^2 + bx + c)$$

bağıntılarından sadece birinin sağlanması demektir. Tersine (*) bağıntılarından birini sağlayan bir nokta ya doğru (parabol) üzerindedir ya da bu doğrunun (parabolün) düzlemden ayırdığı iki bölgeden sadece birisi içindedir.

Böyle bir eşitsizliğin grafiğini çizmek için adım adım aşağıdaki yol izlenir.

Önce; $y = mx + n$ doğrusunun ($y = ax^2 + bx + c$) parabolünün grafiği nokta nokta çizilir.

Sonra; doğru (parabol) üzerinde olmayan herhangi bir nokta alınır ve alınan noktanın koordinatları verilen eşitsizlikte yerine yazılır. Koordinatlar eşitsizliği sağlıyorsa noktanın bulunduğu bölge aranan grafiktir, sağlamıyorsa diğer bölge aranan grafiktir.

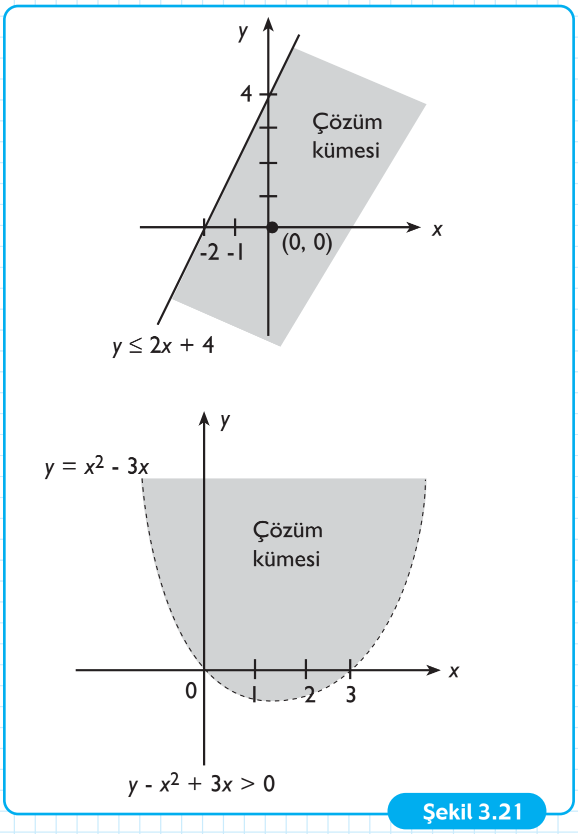
Son olarak, verilen eşitsizlik ≥ ya da ≤ biçimindeyse doğrunun (parabolün) kendisi de çözüme dahil edilir.

ÖRNEK 13 **a)** $y \leq 2x + 4$ **b)** $y - x^2 + 3x > 0$

eşitsizliklerinin çözüm kümeleri olan bölgeleri çiziniz.

ÇÖZÜM

a) $y = 2x + 4$ doğrusunu çizelim.
(0, 0) doğru üzerinde değildir. Bu noktayı $y \leq 2x + 4$ de yerine yazalım.
$0 \leq 2 \cdot 0 + 4 = 4$ eşitsizliği doğru olduğundan istenen çözüm bölgesi (0, 0) ı da içine alan doğrunun alt bölgesi olur.



Şekil 3.21

b) $y = x^2 - 3x$ parabolünün grafiğini nokta nokta çizelim (neden?). Parabol üzerinde olmayan (0, -1) noktasının koordinatlarını verilen eşitsizlikte yazalım.

$$y - x^2 + 3x = 0 - (-1)^2 + 3(-1) = -4 > 0$$

olur ve eşitsizlik sağlanmaz. Bu durumda bu eşitsizliğin çözüm bölgesi (0, -1) noktasının olduğu bölge değil, parabolün düzlemde ayırdığı diğer bölgedir.
Bir eşitsizlik sistemi verilmişse her bir eşitsizlik ayrı ayrı çözülür. Ortak çözüm bölgesi verilen sistemin çözüm bölgesi olur.

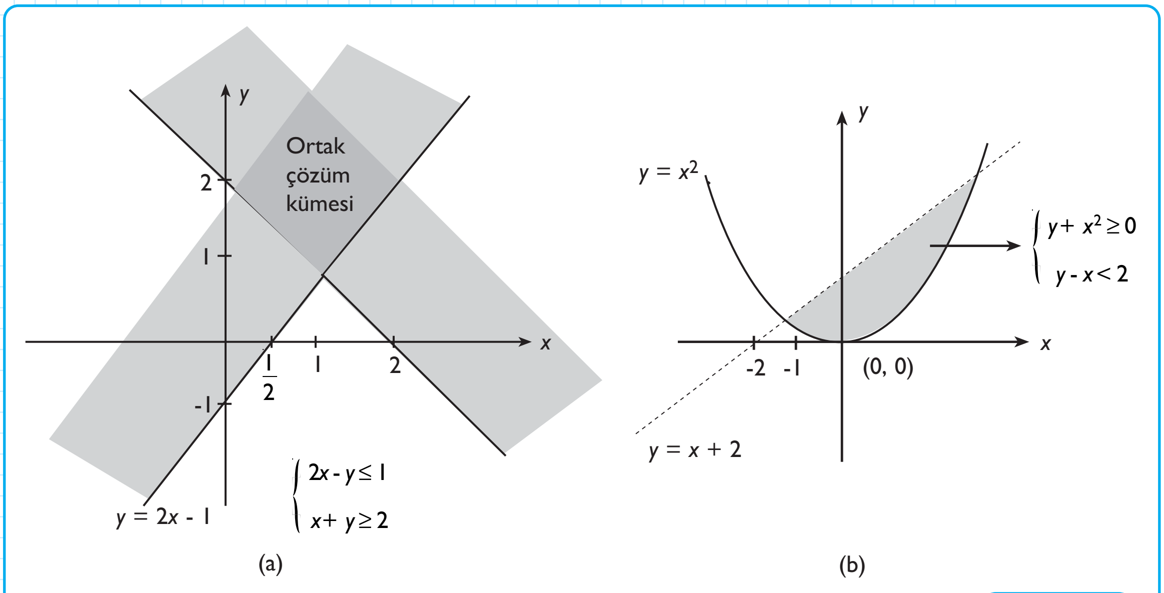
ÖRNEK 14

a) $\begin{cases} 2x - y \leq 1 \\ x + y \geq 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y + x^2 \geq 0 \\ y - x < 2 \end{cases}$

eşitsizlik sistemlerini çözünüz.

ÇÖZÜM

Eşitsizliklerin çözüm kümesi aşağıdaki grafiklerde görülen ortak taralı bölgelerdir.



Şekil 3.22

SIRA SİZDE 4

1) Verilen eşitsizliklerin çözüm kümelerini düzlemde çizerek gösteriniz.

a) $y - 3x > 0$ **b)** $2x - y < 1$ **c)** $x - 3y \leq 0$

d) $y - (x - 1)^2 \geq 0$ **e)** $y - x^2 - 4x - 5 \leq 0$

2) Verilen eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümelerini düzlemde çizerek gösteriniz.

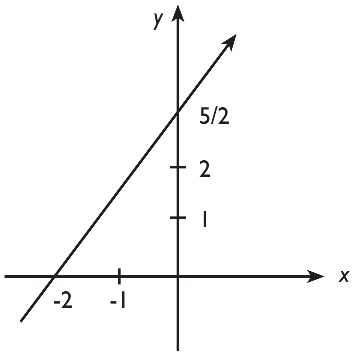
a) $\begin{cases} x + y - 3 \geq 0 \\ x - y < 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x \geq 0 \\ y > 0 \\ x - y < 2 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x \geq 1 \\ y - 2x < 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y - 3x^2 + 1 > 0 \\ y + x^2 + 1 \leq 0 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} y - 2x - 3 \leq 0 \\ 1 - 3x^2 + y > 0 \end{cases}$

f) $1 < x + y < 3$ **g)** $2 < y - x^2 \leq 5$

Kendimizi Sınayalım

1.



Grafiği verilen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

a. $4y - 5x = -10$

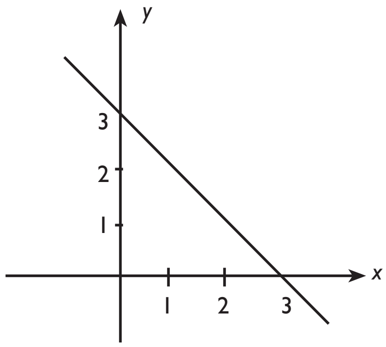
b. $4y + 5x = 10$

c. $4y - 5x = 10$

d. $5y - 4x = 10$

e. $10y + 2x = 2$

2.



Grafiği verilen doğruya dik olan doğru aşağıdakilerden hangisidir?

a. $x + y = -1$

b. $x + y = 3$

c. $x + y = -3$

d. $x - y = 3$

e. $-3x + y = 1$

3. Aşağıdakilerden hangisi bir doğru denklemi değildir?

a. $x - 3y = 1$

b. $3x + 2y = 1$

c. $y = 3x - 1$

d. $x - y^2 = 1$

e. $\sqrt{3}x + y = -1$

4. $d_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0$; $d_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0$ doğruları en az iki ortak noktaya sahipseler aşağıdakilerden hangisi kesin olarak doğrudur?

a. d_1 ve d_2 paraleldir.

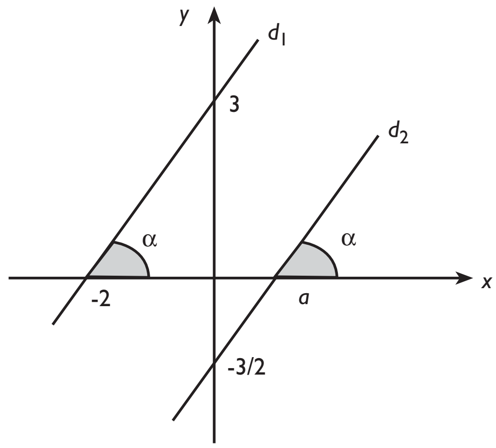
b. d_1, d_2 ye diktir.

c. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ dır.

d. $A_1 = A_2$, $B_1 = B_2$, $C_1 \neq C_2$ dır.

e. $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ dır.

5.



Yukarıdaki şekle göre a kaçtır?

a. 1

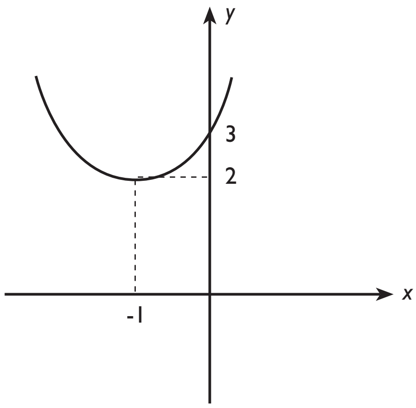
b. 2

c. 3

d. 4

e. 5

6.



parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

a. $y = (x + 2)^2 - 1$

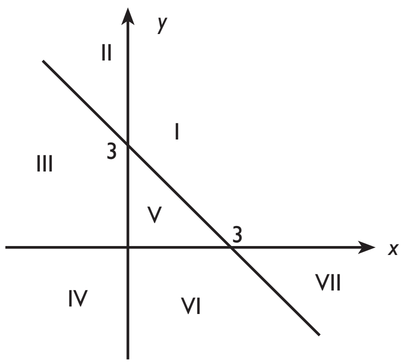
b. $y = -(x + 2)^2 - 1$

c. $y = (x + 1)^2 + 2$

d. $y = (x - 1)^2 + 2$

e. $y = (x - 1)^2$

7. Grafiği verilen $x + y > 3$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?



a. I, II ve III. bölgelerin bileşimi

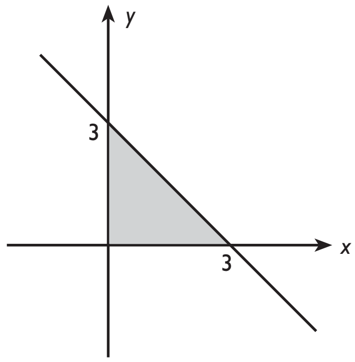
b. I ve V. bölgelerin bileşimi

c. I, II ve VII. bölgelerin bileşimi

d. II, III, IV, V ve VI. bölgelerin bileşimi

e. IV, VI ve VII. bölgelerin bileşimi

8.



Taralı bölge aşağıdaki eşitsizlik sistemlerinden hangisinin çözüm kümesidir?

a. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 0 \\ x + y \geq 3 \end{cases}$

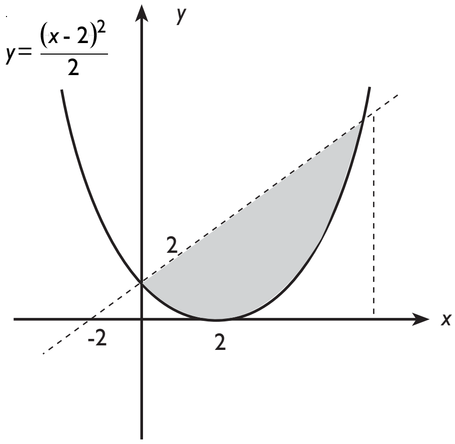
b. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 3 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 3 \end{cases}$

d. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y < 3 \end{cases}$

e. $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$

9. Taralı bölge aşağıdaki eşitsizlik sistemlerinden hangisinin çözüm bölgesidir?



a. $\begin{cases} y > \dfrac{x-2}{2} \\ y - x > 2 \end{cases}$

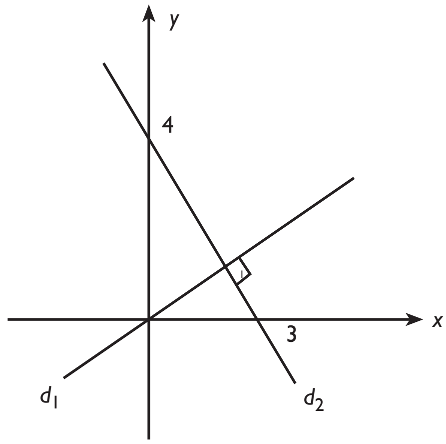
b. $\begin{cases} y \geq \dfrac{(x-2)^2}{2} \\ y > x + 2 \end{cases}$

c. $\begin{cases} y < \dfrac{(x-2)^2}{2} \\ y < x + 2 \end{cases}$

d. $\begin{cases} y \geq \dfrac{(x-2)^2}{2} \\ y - x < 2 \end{cases}$

e. $\begin{cases} y > \dfrac{(x-2)^2}{2} \\ y \leq x + 2 \end{cases}$

10. d_2 doğrusu d_1 e dik ise d_1 doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?



a. $y = 3x$

b. $y = \dfrac{2}{3}x$

c. $y = 2x$

d. $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{3}$

e. $y = \dfrac{3}{4}x$

11. $d_1 : 2x - y = 3$; $d_2 : y - 4x = 0$

d_1 ve d_2 doğrularının kesişim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

a. $\left(\dfrac{1}{2}, 2\right)$

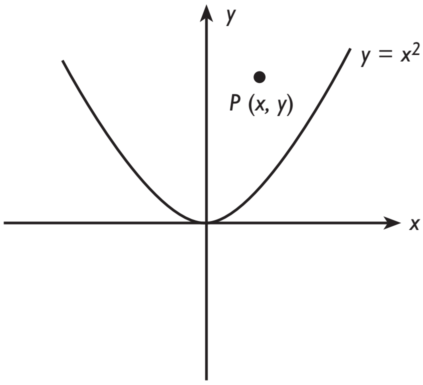
b. $\left(-\dfrac{3}{2}, 6\right)$

c. $\left(-\dfrac{1}{2}, -2\right)$

d. $\left(-\dfrac{3}{2}, -6\right)$

e. $(1, 4)$

12. Aşağıdaki şekle göre P noktasının koordinatları için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

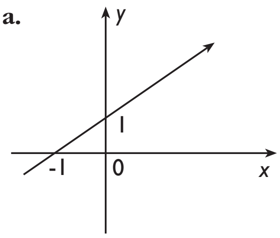


a. $x^2 > y$
b. $x^2 < y$
c. $x^2 = y$
d. $x^2 \geq y$
e. $x^2 \,.\, y = 3$

Biraz Daha Düşünelim

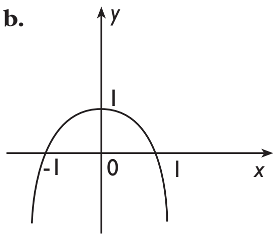
1. Verilen grafiklerin belirtilen simetriklerini bulunuz.

a.



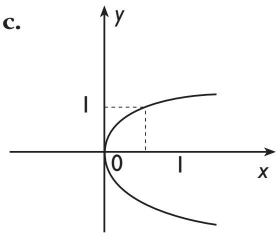
x- eksenine göre

b.



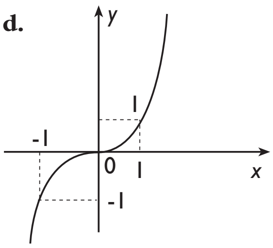
y- eksenine göre

c.



(*y*=*x* doğrusuna göre)

d.



y- eksenine göre

2. x üretilen ürün sayısı ve y fiyat olmak üzere bir üretici firmanın günlük üretim fiyatı (y milyon TL) $y = 10.000 - 90x + 0.045x^2$ olarak belirlenmiştir. Firma fiyatı minimum yapabilmesi için günde kaç adet üretim yapmalıdır?

3. $x + y = 3$ doğrusuna dik olan $A\,(-1, -2)$ den geçen doğrunun denklemini bulunuz.

4. $y = x + n$ ve $y = mx - 5$ doğrularının $A\,(3, 1)$ noktasında kesiştikleri biliniyorsa n ve m nedir?

5.

a. $x = -4\left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + 1$

b. $x = (y + 2)^2 - 4$

parabollerini çiziniz.

René Descartes

(1596-1650)

"Descartes' ın adını ölümsüzleştiren onun felsefi ve teorik fikirlerinden daha çok analitik geometri konusundaki çalışmalarıdır. Analitik geometri pozitif bilimlerin ilerlemesi yolunda bu güne kadar atılmış olan en büyük adımdır."

John Stuart Mill